



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۳
۲۱ شهریور ۱۴۰۴



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	ابوالفضل فروغی - مهدیار شریف	
۲	هندسه	مهرداد راشدی	امیرحسین ابومحبوب - احمدرضا فلاح حسن محمدبیگی	مهدیار شریف - داریوش امیری
۳	گسسته	رسول حاجی زاده	رسول حاجی زاده - محمد خانگلدی	داریوش امیری - مهدیار شریف
۴	فیزیک	علی نعیمی	علی پیمانی - محمد مهدی شریفی - غلامرضا محبی علیرضا مهرداد - علی نعیمی	محمد رضا خادمی - مهدیار شریف
۵	شیمی	مسعود جعفری	محسن خوشدل - محمد عظیمیان زواره	پرهام امیری - علی باباخانی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



برای یافتن باقیمانده عبارت بر $x+1$ کافی است $x = -1$ را در آن قرار دهیم:

$$R = f(3) - f(-1) \Rightarrow R = (-1+8) - (27+8)$$

$$\Rightarrow R = 7 - 27 - 8 = -28$$

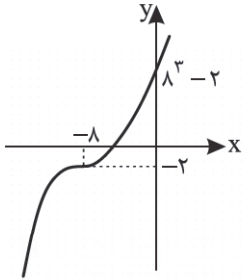
(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۴ و ۱۹)

۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(\alpha) = 8, f(\alpha) = \beta \Rightarrow \beta = 8$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow -\alpha^3 + \beta = 0 \Rightarrow -\alpha^3 = -8 \Rightarrow \alpha = 2$$

$$\Rightarrow g(x) = (x+8)^3 - 2$$



(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۴ و ۲۱)

۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$3x + a \geq -1 \Rightarrow x \geq \frac{-a-1}{3}$$

$$-\frac{x}{3} \geq -1 \Rightarrow x \leq 2$$

f تابعی صعودی اکید است:

$$3x + a \leq -\frac{x}{3}$$

$$\frac{y}{3}x \leq -a \Rightarrow x \leq \frac{-3a}{y}$$

اگر قرار دهیم:

$$-\frac{3a}{y} = \frac{-a-1}{3} \Rightarrow \frac{a+1}{3} = \frac{3a}{y}$$

$$3a + 3 = 9a \Rightarrow a = -1 \Rightarrow \text{جواب} = \{2\}$$

پس $a\alpha = -14$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۷)

۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = 2x - x^2 \xrightarrow{\text{قرینه به مبدأ}} -y = -2x - x^2$$

$$y = x^2 + 2x \xrightarrow{\text{۳ واحد به راست}} y = (x+1)^2 + 2(x+1) - 1$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 3 = (x-2)^2 - 1$$

تابع در بازه $(-\infty, 2]$ نزولی اکید است. حال وارون آن را به دست می آوریم:

$$2 - \sqrt{y+1} = x \Rightarrow f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x+1} \Rightarrow x \geq -1$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)

۸. گزینه ۴ صحیح است.

دقت کنید f با دامنه \mathbb{R} تابعی صعودی اکید و تابع g با دامنه \mathbb{R} نزولی اکید است.

$$f \circ g \circ f(x) \leq 0 \Rightarrow f \circ g \circ f(x) \leq f(0)$$

زیرا $f(0) = 0$

$$f = 0 \Rightarrow \sqrt{2x+1} - 1 = 0 \Rightarrow x = 0$$

چون f صعودی اکید است پس:

$$g \circ f(x) \leq 0$$

با توجه به نمودار $g(2) = 0$ ، پس:

$$g \circ f(x) \leq g(2)$$

حسابان

۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$f^{-1} = \{(3, 1), (-1, 2), (1, 3)\}$$

در ابتدا داریم:

$$\text{با توجه به ضابطه } g(x) = 2 - f^{-1}(1 - 2x) \text{ داریم:}$$

$$1 - 2x = 3 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow g(-1) = 2 - f^{-1}(3) = 2 - 1 = 1 \Rightarrow (-1, 1) \in g$$

$$1 - 2x = -1 \Rightarrow x = +1$$

$$\Rightarrow g(1) = 2 - f^{-1}(-1) = 2 - 2 = 0 \Rightarrow (1, 0) \in g$$

$$1 - 2x = 1 \Rightarrow x = 0$$

$$g(0) = 2 - f^{-1}(1) = 2 - 3 = -1 \Rightarrow (0, -1) \in g$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۴)

۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(x) = 3g\left(\frac{x}{3}\right) \Rightarrow y = 3g\left(\frac{x}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{y}{3} = g\left(\frac{x}{3}\right) \Rightarrow \frac{x}{3} = g^{-1}\left(\frac{y}{3}\right)$$

$$\Rightarrow x = 3g^{-1}\left(\frac{y}{3}\right) \Rightarrow f^{-1}(x) = 3g^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} f^{-1}(18) &= 3g^{-1}(6) \\ g^{-1}(6) &= 2 + \frac{3}{6} = \frac{5}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f^{-1}(18) = 15$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۵۷ و ۵۸)

۳. گزینه ۱ صحیح است.

راه اول: ابتدا ضابطه $f \circ f$ را به دست می آوریم:

$$f \circ f(x) = \frac{2(2x+1)+1}{x+3} + 1 = \frac{4x+3}{x+3} + 1 = \frac{4x+3+x+3}{x+3} = \frac{5x+6}{x+3}$$

نمودار $f \circ f$ را با $y = x$ قطع می دهیم.

$$\frac{x+1}{x+2} = x \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-1}{-1} = 1$$

راه دوم:

$$f \circ f(x) = x \Rightarrow f(x) = f^{-1}(x)$$

$$\Rightarrow f(x) = x \Rightarrow \frac{2x+1}{x+3} = x$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 1 = 0$$

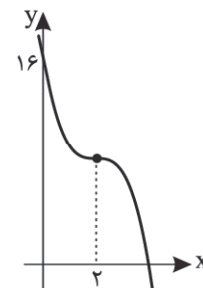
$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 1$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۵۹ و ۶۷)

۴. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به آنکه در $x = 2$ نمودار به صورت زیر داده شده است، پس

$$f(x) = -(x-2)^2 + 8 \text{ ضابطه } f \text{ است.}$$





پس در کل داریم:

$$A = \frac{2(\sqrt[3]{5}-1)}{5-1} - \frac{2(\sqrt[3]{5}+1)}{5+1}$$

$$A = \frac{1}{4}(\sqrt[3]{5}-1) - \frac{1}{4}(\sqrt[3]{5}+1) = -1$$

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۱۵. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا عبارت P را به صورت اتحاد مکعب مجموع دو جمله می‌نویسیم.

$$P = 2(x-2)^3 + 15$$

$$= 2(\sqrt[3]{3})^3 + 15 = 21$$

(ریاضی دهم، صفحه ۶۳)

۱۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$A \left| \begin{matrix} 2 \\ 4 \end{matrix} \right., m_{AB} = 3 \Rightarrow m_{BC} = -\frac{1}{3}$$

$$BC: y = -\frac{1}{3}x - 2$$

رأس B در تلاقی دو خط AB و BC واقع شده است، پس:

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x - 2 \\ y = 3x - 2 \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{3}x - 2 = 3x - 2 \Rightarrow B \left| \begin{matrix} 0 \\ -2 \end{matrix} \right.$$

یعنی $A(2, 4)$ و $B(0, -2)$ و $C(-3, -1)$ سه رأس یک مستطیل هستند.

$$\begin{cases} AB = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} \\ BC = \sqrt{9+1} = \sqrt{10} \end{cases} \Rightarrow S = 20$$

روش دوم: یک ضلع مستطیل با فاصله C تا خط برابر است:

$$\left. \begin{aligned} \text{یک ضلع مستطیل} &= \frac{|3(-3)+1-2|}{\sqrt{9+1}} = \sqrt{10} \\ \text{قطر مستطیل} &= AC = \sqrt{5^2+5^2} = \sqrt{50} \end{aligned} \right\}$$

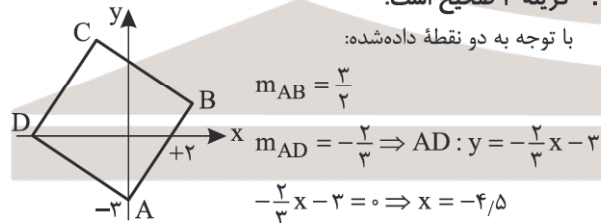
$$\Rightarrow \text{ضلع دیگر} = \sqrt{(\sqrt{50})^2 - (\sqrt{10})^2} = \sqrt{40}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت} = \sqrt{40} \times \sqrt{10} = 20$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۳۱ و ۳۳)

۱۷. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به دو نقطه داده‌شده:



$$m_{AB} = \frac{2}{2}$$

$$m_{AD} = -\frac{2}{3} \Rightarrow AD: y = -\frac{2}{3}x - 3$$

$$-\frac{2}{3}x - 3 = 0 \Rightarrow x = -4.5$$

$$A \left| \begin{matrix} 0 \\ -3 \end{matrix} \right., D \left| \begin{matrix} -4.5 \\ 0 \end{matrix} \right.$$

$$AD = \sqrt{\frac{81}{4} + 9} = \frac{\sqrt{117}}{2}$$

$$S = \frac{117}{4} = 29.25$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

۱۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$m_{BC} = \frac{5-2}{4} = \frac{3}{4}$$

$$BC: y = \frac{3}{4}x + 2$$

گ نزولی اکید است پس:

$$f(x) \geq 2 = f(13) \Rightarrow x \geq 13$$

$$\sqrt[3]{2x+1} - 1 = 2 \Rightarrow 2x+1 = 27 \Rightarrow x = 13$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۷)

۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$f(x) = x + 2\sqrt{x} \Rightarrow y = x - 4 + 2\sqrt{x-4}$$

حال باید وارون تابع Y را به دست آوریم:

$$y = x - 4 + 2\sqrt{x-4} + 1 - 1 \Rightarrow y = (\sqrt{x-4} + 1)^2 - 1$$

$$\sqrt{y+1} - 1 = \sqrt{x-4} \Rightarrow y^{-1} = (\sqrt{x+1} - 1)^2 + 4$$

$$g(x) = (\sqrt{x+1} - 1)^2 + 4 \Rightarrow g(8) = 8$$

$$fog(8) = f(8) = 8 + 2\sqrt{8} = 8 + 4\sqrt{2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۵۹ و ۶۱)

۱۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} P(2) = 0 \\ P(-1) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda a + 2b + 14 = 0 \\ -a - b - 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = -7 \\ -a - b = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b = -2$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۲۲)

۱۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)g(x) + 2x - 1 \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 1 \\ f(2) = 3 \end{cases}$$

اگر در چندجمله‌ای $xf(x-2) - 2f(5-x)$ عبارت $x = 3$ را جایگزین کنیم، باقیمانده به دست می‌آید.

$$R = 3f(1) - 2f(2) = 3 - 6 = -3$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۲۲)

۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به فرض داده‌شده داریم:

$$\begin{cases} f(1) = -3 \\ f(-3) = 1 \end{cases}$$

$$fof(x) = (x^2 + 2x - 3)q(x) + \alpha x + \beta$$

$$fof(x) = (x-1)(x+3)q(x) + \alpha x + \beta$$

$$\begin{cases} x = 1: 1 = \alpha + \beta \\ x = -3: -3 = -3\alpha + \beta \end{cases} \Rightarrow \alpha = 1, \beta = 0 \Rightarrow R(x) = x$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۲۲)

۱۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$x\sqrt{x} - \sqrt{10} = 11\sqrt{x} \Rightarrow x\sqrt{x} - 10\sqrt{x} = \sqrt{x} + \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}(x-10) = \sqrt{x} + \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{10})(\sqrt{x} + \sqrt{10}) = \sqrt{x} + \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{10}) = 1 \Rightarrow x - \sqrt{10}x = 1$$

(ریاضی دهم، صفحه ۶۲)

۱۴. گزینه ۴ صحیح است.

به کمک اتحاد $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ داریم:

$$(\sqrt[3]{5})^3 - 1 = (\sqrt[3]{5}-1)(\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1)$$

و به کمک اتحاد

$$a^2 + b^2 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

داریم:

$$(\sqrt[3]{5})^3 + 1 = (\sqrt[3]{5}+1)(\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{5} + 1)$$

بنابراین $AM = MB$ ، یعنی M وسط AB و در نتیجه MP میانه
 وارد بر وتر در مثل قائم الزاویه APB است، پس $MP = \frac{AB}{2} = 3$ و
 طبق رابطه (*) داریم:

$$MN^2 + MQ^2 = 3^2 = 9$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۳)

۲۲. گزینه ۳ صحیح است.

مطابق شکل از نقطه M به نقاط A و E وصل می‌کنیم و سپس
 مساحت مثلث AME را به دست می‌آوریم.



$$S_{\triangle AME} = S_{ABCD} - (S_{\triangle ABM} + S_{\triangle ADE} + S_{\triangle MCE})$$

$$= 6 \times 4 - \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 3 + \frac{1}{2} \times 4 \times 3 + \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \right) = 9$$

از نقطه M عمود MH را بر پاره خط AE رسم می‌کنیم. در این
 صورت داریم:

$$\triangle ADE : AE^2 = AD^2 + DE^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow AE = 5$$

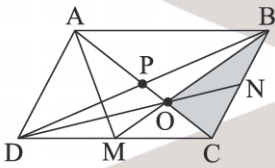
$$S_{\triangle AME} = \frac{1}{2} MH \times AE \Rightarrow 9 = \frac{1}{2} MH \times 5 \Rightarrow MH = \frac{18}{5} = 3.6$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۵)

۲۳. گزینه ۴ صحیح است.

فرض می‌کنیم N وسط ضلع BC می‌باشد، قطر BD و پاره خط DN
 را رسم می‌کنیم. در مثل BCD ، BM و DN هر دو میانه‌اند. پس
 CP هم میانه است. می‌دانیم سه میانه مثلث را به ۶ مثلث هم‌مساحت
 تقسیم می‌کند.

$$S_{\triangle OBC} = \frac{2}{6} S_{\triangle BCD} \text{ پس}$$



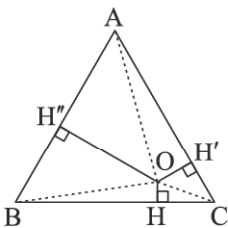
از طرفی مساحت مثلث BCD نصف مساحت متوازی‌الاضلاع می‌باشد.
 پس:

$$S_{\triangle OBC} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{6} \times 60 = 10$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۷)

۲۴. گزینه ۲ صحیح است.

اگر طول ضلع این مثلث برابر a باشد، آنگاه داریم:



$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 27\sqrt{3} \Rightarrow a = 6\sqrt{3}$$

معادله خط BC به صورت $4y - 3x - 8 = 0$ است. برای یافتن اندازه
 ارتفاع AH کافی است فاصله رأس A تا ضلع BC را به دست آوریم:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Rightarrow \text{اندازه ارتفاع} = \frac{|12 - 9 - 8|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{5}{5} = 1$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۵)

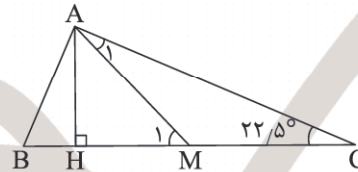
هندسه

۱۹. گزینه ۱ صحیح است.

هر چهار گزاره درست‌اند و عیناً در متن کتاب درسی وجود دارند.
 (هندسه دهم، صفحه‌های ۵۹، ۶۰، ۶۴ و ۶۶)

۲۰. گزینه ۴ صحیح است.

میانه وارد بر وتر BC در مثلث قائم الزاویه ABC را رسم می‌کنیم.



می‌دانیم طول این میانه نصف طول وتر است. پس $AM = \frac{BC}{2} = MC$
 در نتیجه $\hat{A}_1 = \hat{C} = 22.5^\circ$
 بنابراین:

$$\triangle AMC \text{ زاویه خارجی مثلث } \hat{M}_1 \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} = 45^\circ$$

ارتفاع AH وارد بر وتر BC را ترسیم می‌کنیم. داریم:

$$\triangle AMH : \hat{M}_1 = 45^\circ \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{2} BC \right) = \frac{\sqrt{2}}{4} BC$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4} (4\sqrt{3}) = \sqrt{6}$$

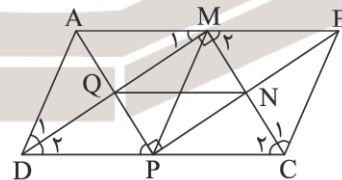
پس:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} (\sqrt{6}) (4\sqrt{3}) = 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2}$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۵)

۲۱. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی هر متوازی‌الاضلاع، یک
 مستطیل پدید می‌آید.



از طرفی اندازه قطرهای یک مستطیل برابر یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$\triangle MNQ : MN^2 + MQ^2 = QN^2$$

$$\xrightarrow{MP=QN} MN^2 + MQ^2 = MP^2 (*)$$

می‌دانیم DM و CM به ترتیب نیمساز زوایای C و D هستند،
 بنابراین می‌توان نوشت:

$$AB \parallel CD, \text{ مورب } MC \Rightarrow \hat{M}_r = \hat{C}_r \xrightarrow{\hat{C}_1 = \hat{C}_r} \hat{M}_r = \hat{C}_1$$

$$\xrightarrow{\triangle MBC} MB = BC$$

$$AB \parallel CD, \text{ مورب } MD \Rightarrow \hat{M}_l = \hat{D}_l \xrightarrow{\hat{D}_1 = \hat{D}_l} \hat{M}_l = \hat{D}_1$$

$$\xrightarrow{\triangle MAD} AM = AD$$

۲۸. گزینه ۳ صحیح است.

طرفین رابطه $A^{-1} = A$ را در A ضرب می کنیم، داریم:

$$A^{-1}A = A^2 \Rightarrow A^2 = I$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & b-a \\ \frac{1}{2} & a+b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & b-a \\ \frac{1}{2} & a+b \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(b-a) & b^2 - a^2 \\ \frac{1}{2}(a+b) & \frac{1}{2}(b-a) + (a+b)^2 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = I \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}(b-a) = 1 \\ \frac{1}{2}(a+b) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b-a=2 \\ b+a=0 \end{cases} \rightarrow b=1, a=-1$$

حاصل دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ برابر با ضرب درایه های روی

قطر اصلی یعنی ۲ است.

حاصل دترمینان ماتریس A برابر است با:

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{vmatrix} = 0 - 1 = -1$$

بنابراین دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} 2b & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ، ۳ واحد از دترمینان

ماتریس A بیشتر است.

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۰، ۲۲، ۲۷ و ۳۰)

۲۹. گزینه ۲ صحیح است.

از طرفین تساوی داده شده دترمینان می گیریم.

$$2A = \begin{bmatrix} |A| & -1 \\ 3 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |2A| = \begin{vmatrix} |A| & -1 \\ 3 & |A| \end{vmatrix} \Rightarrow 4|A| = |A|^2 + 3$$

$$\Rightarrow |A|^2 - 4|A| + 3 = 0$$

غیرقابل قبول $|A| = 1$ \rightarrow جمع ضرایب صفر است.

اکنون ماتریس A^{-1} را پیدا می کنیم.

$$|A| = 3 \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 3A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$3A^{-1} = \frac{1}{3} - \frac{3}{3} = -1$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

۳۰. گزینه ۱ صحیح است.

از طرفین رابطه دترمینان می گیریم. با استفاده از ویژگی های دترمینان داریم:

$$|B^T A C^T| = |4I| \Rightarrow |B^T| |A| |C^T| = 4^3 |I|$$

$$\Rightarrow 4^2 \times |A| \times 2^3 = 4^3 \times |I| \Rightarrow |A| \times 2^7 = 2^6 \Rightarrow |A| = \frac{1}{2}$$

دقت کنید! اگر A ماتریسی مربعی از مرتبه n و k عددی حقیقی باشد، آنگاه $|kA| = k^n |A|$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۹ تا ۳۱)

طول ارتفاع این مثلث برابر است با:

$$h_a = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3} = 9$$

مجموع فواصل هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع برابر ارتفاع مثلث است، پس داریم:

$$OH + OH' + OH'' = h_a \Rightarrow OH + 2 + 6 = 9 \Rightarrow OH = 1$$

مساحت مثلث OBC برابر است با:

$$S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} OH \times BC = \frac{1}{2} \times 1 \times 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۸)

۲۵. گزینه ۱ صحیح است.

فرض کنید تعداد نقاط مرزی و درونی چندضلعی شبکه ای اولیه به ترتیب برابر b و i باشد. در این صورت تعداد نقاط مرزی و درونی چندضلعی جدید به ترتیب برابر $b-2$ و $i+2$ خواهد بود و در نتیجه مطابق فرمول پیک برای مساحت چندضلعی های شبکه ای داریم:

$$\frac{b-2}{2} + (i+2) - 1 = \frac{1}{2}(b+i-1)$$

$$\xrightarrow{\times 2} 2b - 4 + 4i + 4 = 2b + 2i - 2 \Rightarrow b + 2i = 6$$

می دانیم هر چندضلعی شبکه ای حداقل ۳ نقطه مرزی دارد و تعداد نقاط مرزی چندضلعی شبکه ای جدید برابر $b-2$ است. پس داریم:

$$b-2 \geq 3 \Rightarrow b \geq 5$$

چون تعداد نقاط مرزی و درونی همواره عددی صحیح هستند، پس تنها حالت ممکن آن است که $b=6$ و $i=0$ باشد، یعنی چندضلعی شبکه ای اولیه فاقد نقطه درونی است.

(هندسه دهم، صفحه های ۶۹ تا ۷۱)

۲۶. گزینه ۴ صحیح است.

دترمینان برای ماتریس های مربعی تعریف می شود پس AB یک ماتریس مربعی است. چون A ماتریسی 2×3 است پس باید B ماتریسی 3×2 باشد تا AB ماتریس مربعی باشد. در نتیجه $n=3$ و $m=2$ است و داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 26 & 18 \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$|AB| = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 26 & 18 \end{vmatrix} = 4 \times 18 - 2 \times 26 = 20$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۷)

۲۷. گزینه ۱ صحیح است.

$$B - A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -3 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -3 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= -2I$$

$$AB - A^2 + 2B = A \underbrace{(B-A)}_{-2I} + 2B = -2A + 2B = 2 \underbrace{(B-A)}_{-2I}$$

$$\Rightarrow AB - A^2 + 2B = -4I$$

بنابراین:

$$|AB - A^2 + 2B| = |-4I| = (-4)^3 |I| = -64$$

دقت کنید! عدد از دترمینان بیرون بیاید، به توان مرتبه ماتریس می رسد.

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۴، ۱۹ و ۳۱)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$10 \leq 12k + 7 < 100 \Rightarrow 3 \leq 12k < 93 \Rightarrow 0.25 \leq k < 7.75 \\ \Rightarrow k \in \{1, 2, 3, \dots, 7\} \\ \text{(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۸)}$$

۳۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} 147 \equiv -57 \pmod{m} &\Rightarrow m \mid 147 - (-57) \Rightarrow m \mid 204 \\ 1404 \equiv 1285 \pmod{m} &\Rightarrow m \mid 1404 - 1285 \Rightarrow m \mid 119 \\ \Rightarrow m \mid 17 &\Rightarrow m = 17 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m \mid (204, 119) \\ \text{(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۹)}$$

۳۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} a^{12} \equiv 3 \pmod{53} &\Rightarrow a^3 \equiv 27 \pmod{53} \\ a^{12} \equiv 1 \pmod{53} &\Rightarrow 53 \mid a^3 - 1 \\ &\Rightarrow 53 \mid (a-1)(a^2+a+1) \\ &\Rightarrow a \equiv 1 \pmod{53} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 53 \mid a^3 - 1 \\ \left. \begin{aligned} b^{12} \equiv 7 \pmod{53} &\Rightarrow b^2 \equiv 49 \pmod{53} \\ b^{12} \equiv -3 \pmod{53} &\Rightarrow b^4 \equiv 9 \pmod{53} \\ b^{12} \equiv -1 \pmod{53} &\Rightarrow b^6 \equiv 63 \pmod{53} \\ &\Rightarrow b^6 \equiv -1 \pmod{53} \end{aligned} \right\} \\ \Rightarrow 12b^5 \equiv 2 \pmod{53} \\ \Rightarrow 53 \mid 12b^5 - 2 \\ \text{(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۰)}$$

۳۴. گزینه ۳ صحیح است.

اگر n را برابر ۶ در نظر بگیریم، 6^{24} و 15 هر دو مضرب ۳ می‌شوند. بنابراین در تقسیم $6^{24} = 15k + r$ که r باقیمانده است، هم مضرب ۳ شده و نمی‌تواند ۱ باشد.
 (ریاضیات گسسته، صفحه ۲۰)

۳۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} 2^{19} &\equiv 2 \pmod{23} \\ 2^{20} &\equiv 4 \pmod{23} \\ 2^{21} &\equiv 1 \pmod{23} \\ 2^{22} &\equiv 2 \pmod{23} \end{aligned} \right\} \\ 2^3 \equiv 1 \pmod{23} \Rightarrow 2^{18} \equiv 1 \pmod{23} \\ \text{(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۰)}$$

۳۶. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به هم‌نهشتی $(a+b)^n \equiv a^n + b^n$ و با جاگذاری $a=12$ و $b=11$ و $n=5$ هم‌نهشتی $12^5 + 11^5 \equiv 23^5 \pmod{115}$ برقرار خواهد بود.
 (ریاضیات گسسته، صفحه ۲۱)

۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

اعداد $6!، 7!، 8!، \dots$ همگی مضرب ۹ هستند.
 پس: $A \equiv 1+2+6+24+120+0 = 153 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow A \in [0]_9$
 اعداد $3!، 4!، 5!، \dots$ همگی مضرب ۶ هستند.
 پس: $A \equiv 1+2+0 = 3 \pmod{6} \Rightarrow A \in [3]_6$
 اعداد $4!، 5!، 6!، \dots$ همگی مضرب ۸ هستند.

پس:

$$A \equiv 1+2+6+0 = 9 \equiv 1 \pmod{8} \Rightarrow A \in [1]_8$$

اعداد $7!، 8!، 9!، \dots$ همگی مضرب ۷ هستند.

پس:

$$A \equiv 1+2+6+24+120+720+0 = 873 \equiv 5 \pmod{7} \Rightarrow A \in [5]_7$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۱)

۳۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$14a \equiv 392 \pmod{35} \xrightarrow{+14} a \equiv \frac{35}{(35, 14)} 28 \\ \Rightarrow a \equiv 28 \pmod{35} \Rightarrow a \equiv 28 - 25 \pmod{35} \Rightarrow a \equiv 3 \pmod{35}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۲)

۳۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$32a5a \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow a - 5 + a - 2 + 3 \equiv 0 \pmod{11} \\ \Rightarrow 2a - 4 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow 2a \equiv 4 \pmod{11} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{11}$$

در بین ارقام ده‌گانه، فقط ۲ به جای a می‌تواند قرار بگیرد:

$$\Rightarrow \text{عدد} = 32252 \\ \Rightarrow 2 + 5 + 2 + 2 + 3 = 14 \equiv 5 \pmod{11}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۳)

۴۰. گزینه ۴ صحیح است.

$5 \times 31 + 5 = 191$ مهر
 $3 \times 31 + 3 = 108$ اردیبهشت
 ۵ مهر ۱۹۱ امین روز سال و ۳ اردیبهشت ۳۴ امین روز سال است که اختلاف آن دو از یکدیگر ۱۵۷ است که در تقسیم بر ۷ باقیمانده ۳ دارد. به این معنا که ۵ مهر در ایام هفته ۳ روز از پنج‌شنبه جلوتر است. اگر از پنج‌شنبه ۳ روز جلوتر بروید، به یک‌شنبه خواهید رسید. به همین ترتیب ۱۲ و ۱۹ و ۲۶ مهر همانند ۵ مهر یک‌شنبه و ۲۰ مهر دوشنبه، ۲۳ مهر پنج‌شنبه و ۲۸ مهر سه‌شنبه خواهند شد.
 (ریاضیات گسسته، صفحه ۲۴)

فیزیک

۴۱. گزینه ۱ صحیح است.

به کمک رابطه بین دمای کلونین و سلسیوس داریم:

$$T = \theta + 273 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\theta_1 + 273}{\theta_2 + 273} \Rightarrow \frac{0_1 = 30}{T_1 = 1.5} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{3\theta_1 + 273}{\theta_1 + 273} \\ \Rightarrow 3\theta_1 = 273 \Rightarrow \theta_1 = 91^\circ\text{C} \\ T_1 = \theta_1 + 273 \Rightarrow T_1 = 91 + 273 = 364\text{K}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۸۴)

۴۲. گزینه ۲ صحیح است.

اگر افزایش دمای مطلق (کلونین) را با ΔT و افزایش دما برحسب سلسیوس را با $\Delta \theta$ و افزایش دما برحسب فارنهایت را با $\Delta \theta_F$ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\Delta \theta_F = \frac{9}{5} \Delta \theta_C = \frac{9}{5} \Delta T \\ \Rightarrow \Delta T = \frac{5}{9} \times 360 = 200\text{K} \\ \Delta \ell = \ell_0 \alpha \Delta T \Rightarrow 18 = 1800 \times 200 \times \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{1}{4} \times 10^{-4} \text{K}^{-1} \\ \text{ضریب انبساط سطحی: } 2\alpha = 2 \times \frac{1}{4} \times 10^{-4} = 10^{-4} \text{K}^{-1}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۸۵، ۸۸ و ۹۲)



ضمناً با توجه به رابطه $\frac{\Delta V}{V_1} = 3\alpha\Delta T$ و $\frac{\Delta \ell}{\ell_1} = \alpha\Delta T$ می توان گفت افزایش نسبی حجم حفره ۳ برابر افزایش نسبی طول ضلع است.

$$\frac{\Delta V}{V_1} = 3 \times \frac{\Delta \ell}{\ell_1} \Rightarrow \frac{\Delta V}{600} = 3 \times \frac{0.6}{30}$$

$$\Rightarrow \Delta V = 3 \times \frac{0.6}{30} \times 600 = 36 \text{ cm}^3$$

(فیزیک دهم، صفحه های ۸۸، ۹۲ و ۹۳)

۴۸. گزینه ۳ صحیح است.

هر سه جمله درست هستند.
الف) گرمای ویژه به جرم بستگی ندارد و تنها به جنس جسم، حالت فیزیکی و دمای آن بستگی دارد.
ب) وقتی جرم دومی ۲۰ درصد بیشتر است، حجم اولیه آن هم ۲۰ درصد بیشتر است (ρ ها یکسان است).

$$\Delta V = V_1 \times 3\alpha \times \Delta T$$

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$\left. \begin{aligned} m_{\text{دومی}} = \frac{6}{5} m_{\text{اولی}} \Rightarrow \Delta T_{\text{اولی}} = \frac{6}{5} \Delta T_{\text{دومی}} \\ V_{1 \text{ اولی}} = \frac{5}{6} V_{1 \text{ دومی}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta V_{\text{اولی}} = \Delta V_{\text{دومی}} \quad \text{ج)}$$

$$Q = mc\Delta T \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{c_2}{c_1} \cdot \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}$$

$$\Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{m_2}{m_1} \times 1 \times 1 \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{120}{100}$$

(فیزیک دهم، صفحه های ۹۳، ۹۷ و ۹۸)

۴۹. گزینه ۱ صحیح است.

الف) نادرست، دمای آب و آلومینیم از 20°C تا دمای تعادل (یکسان) بالا می رود.

$$Q = mc\Delta T \xrightarrow{\Delta T, m \text{ یکسان}} Q_{\text{Al}} < Q_{\text{H}_2\text{O}}$$

ب) نادرست، گرمایی که مس از دست می دهد با حاصل جمع گرمایی که آب و آلومینیم دریافت می کنند مساوی است.

$$m \times 400 \times |\Delta\theta_{\text{Cu}}| = (m \times 2200 + m \times 900) \times |\Delta\theta_{\text{Al}}|$$

ج) نادرست، بخشی از گرمایی که مس از دست می دهد را آب دریافت می کند.

د) درست، در قسمت الف) و ب) توضیح داده شد، توجه کنید که $\Delta\theta$ آب و آلومینیم برابر است.

فقط مورد د) درست است.
(فیزیک دهم، صفحه ۱۰۰)

۵۰. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی عبارت ها:
الف) نادرست
ب) درست
ج) نادرست، چگالی شاره گرم کمتر است چون در اثر انبساط، چگالی کم می شود.
د) درست

(فیزیک دهم، صفحه های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

۵۱. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی گزینه ها:
۱) $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{100-20}{100} = \frac{80}{100}$ در فشار ثابت ۱) اگر دما ۲۰ درصد کاهش یابد، حجم نیز ۲۰ درصد کاهش می یابد.

۴۳. گزینه ۴ صحیح است.

ظرفیت گرمایی جسم فلزی را C می نامیم.
 $C(10-70) + 2L_f + 2c_{\text{آب}}(10-0) = 0$

$$L_f = 80^\circ\text{C} \text{ آب} \rightarrow -60^\circ\text{C} + 180^\circ\text{C} \text{ آب} = 0 \Rightarrow C = 2c_{\text{آب}}$$

در پایان بخش اول آزمایش، داخل ظرف ۲kg آب همراه با جسم فلزی داریم که دمای هر دو 10°C است. حالا برای آزمایش دوم می نویسیم:

$$2c_{\text{آب}}(\theta-50) + 2c_{\text{آب}}(\theta-10) + C_{\text{جسم}}(\theta-10) = 0$$

$$\Rightarrow 2(\theta-50) + 2(\theta-10) = 0 \Rightarrow 4\theta = 150 + 50 \Rightarrow \theta = \frac{200}{4} = 50^\circ\text{C}$$

(فیزیک دهم، صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۵)

۴۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$\Delta\theta_C = 20^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow \Delta T = 200^\circ\text{K}$$

ρ و m ثابت است.

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{(1+\beta\Delta T)} \approx 1-\beta\Delta T$$

$$|\Delta\rho| = |\rho_2 - \rho_1| = \rho_1\beta\Delta T = \rho_1 3\alpha\Delta T$$

$$60 = \rho_1 \times 6 \times 10^{-5} \times 200 \Rightarrow \rho_1 = 5000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

در اثر انبساط، چگالی فلز کم می شود.

$$\rho_2 = 5 - \frac{60}{1000} = 4.94 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۹۴)

۴۵. گزینه ۳ صحیح است.

چون مقداری از یخ باقی می ماند، یعنی مخلوط آب و یخ در حال تعادل داریم و دمای تعادل صفر خواهد شد. لذا اگر m' جرم یخ ذوب شده باشد، داریم:

$$m' = m - 37/5$$

$$(m - 37/5) \xrightarrow{Q_1} 0^\circ\text{C} \text{ گرم آب } (m - 37/5)$$

$$20^\circ\text{C} \text{ گرم آب } 750 \xrightarrow{Q_2} 0^\circ\text{C}$$

$$|Q_1| = |Q_2| \Rightarrow (m - 37/5)L_f = m_2 c \Delta T$$

$$\xrightarrow{336 = 80 \times 4/2} (m - 37/5)(336) = 750 \times 4/2 \times 20 \Rightarrow m = 225\text{g}$$

$$\Rightarrow \frac{m'}{m} = \frac{225 - 37/5}{225} = \frac{5}{6}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۰۵)

۴۶. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی موارد:
الف) فرایند چگالش گرمازا است.
ب) افزایش فشار واد بر یک جسم، در اکثر موارد سبب بالا رفتن نقطه ذوب می شود.
ج) درست
د) گرمای نهان تبخیر آب با افزایش دما، کاهش می یابد.
(فیزیک دهم، صفحه های ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۸ و ۱۰۹)

۴۷. گزینه ۳ صحیح است.

وقتی یک جسم منبسط می شود، تغییر طول همه قسمت های پر و خالی آن به یک نسبت است، $\frac{\Delta \ell}{\ell_1} = \alpha\Delta T$ ، یعنی برای مثال اگر طول ضلع مکعب ۱ درصد زیاد شود قطر حفره هم ۱ درصد زیاد می شود.



۵۵. گزینه ۴ صحیح است.

مکان اولیه و نهایی هر دو متحرک یکسان است و دو متحرک بدون تغییر جهت به حرکت خود ادامه داده‌اند، بنابراین:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow I_A = I_B$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow s_{avA} = s_{avB}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۱)

۵۶. گزینه ۴ صحیح است.

هر دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_B = \frac{-(-120)}{4} = 30 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow x_B = 30t - 120$$

$$x_A(10) = x_B(10) \Rightarrow 10v_A + 100 = 30 \times 10 - 120 \Rightarrow v_A = 8 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۵۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$AB = d \Rightarrow BC = \frac{AB}{2} = \frac{d}{2}$$

$$L = d + \frac{d}{2} + \frac{d}{2} = 2d$$

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{L}{d} = \frac{2d}{d} = 2$$

توجه شود که در عبور از مبدأ مکان ($x = 0$) بردار مکان تغییر جهت و تغییر علامت می‌دهد.

در تمام مسیر ABC، $x > 0$ است. در نقطه C، سرعت صفر شده و جهت حرکت عوض می‌شود اما همچنان بردار مکانی متحرک در جهت + است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳ تا ۹)

۵۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$AM = 0.75d$$

وقتی سرعت متحرک ثابت باشد می‌توانیم بین جابه‌جایی و مدت زمان حرکت تناسب خطی برقرار کنیم:

متحرک (۱):

مدت زمان جابه‌جایی

$$0.25d \quad 3 \text{ min} \Rightarrow t_1 = 9 \text{ min}$$

$$0.75d \quad t_1 = ?$$

و این مدت زمان ۹ min همان مدتی است که متحرک (۲)، $0.25d$ را طی کرده است:

متحرک (۲):

مدت زمان جابه‌جایی

$$0.25d \quad 9 \text{ min} \Rightarrow t_2 = 27 \text{ min}$$

$$0.75d \quad t_2 = ?$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۵۹. گزینه ۴ صحیح است.

الف) در ۲ ثانیه نخست $x < 0$ و $v > 0$ (X صعودی است).

ب) جهت حرکت در $t = 5s$ و $t = 8s$ عوض می‌شود.

ج) در بازه زمانی ۵s تا ۸s که شیب نمودار مکان - زمان منفی است متحرک در خلاف جهت محور X حرکت کرده است.

د) بازه‌های زمانی صفر تا ۲s تا ۵s و ۸s تا ۵s در مجموع به مدت ۵s متحرک به مبدأ مکان ($x = 0$) نزدیک شده است.

بنابراین هر ۴ جمله الف تا د درست هستند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

۶۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{عبور از مبدأ } : x = 0 \Rightarrow 3t^2 - 12t + 9 = 0$$

$$3(t^2 - 4t + 3) = 0 \Rightarrow 3(t-1)(t-3) = 0 \Rightarrow t = 1s, 3s$$

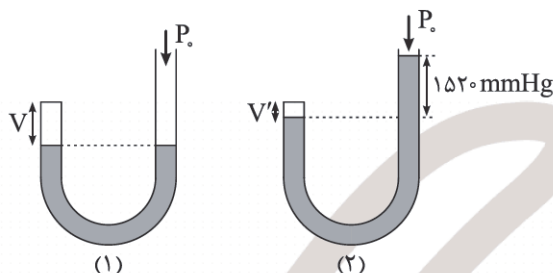
درست نیست $P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_1 V_1 = 0.8 P_1 \times 1.2 V_1$ در دمای ثابت (۲)

درست است $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{0.8 P_1 \times 1.2 V_1}{0.6 T_1}$ (۳)

درست نیست $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{0.6 P_1 \times 1.2 V_1}{0.8 T_1}$ (۴)

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

۵۲. گزینه ۴ صحیح است.



$$P_1 \text{ گاز محبوس} = P_0 = 760 \text{ mmHg}$$

$$P_2 \text{ گاز محبوس} = P_0 + 1520 = 760 + 1520 = 2280 \text{ mmHg}$$

با توجه به ثابت بودن دما داریم:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$760 \cdot V = 2280 \cdot V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{3} \Rightarrow x_2 = \frac{x_1}{3} = \frac{60}{3} = 20$$

پس X چهل سانتی‌متر کم شده است.

(فیزیک دهم، صفحه ۱۲۶)

۵۳. گزینه ۱ صحیح است.

باید نسبت تعداد مول گاز موجود در کیپسول را به تعداد مول گازی که در هر بار تلمبه زدن وارد کیپسول می‌شود، بیابیم. این نسبت همان تعداد دفعات تلمبه زدن است:

$$N = \frac{n \text{ (مول گاز موجود)}}{n' \text{ (مول گاز در هر بار تلمبه زدن)}}$$

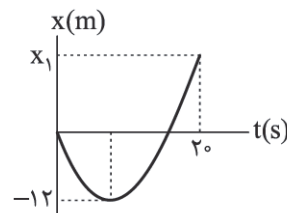
$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$$

$$N = \frac{n}{n'} = \frac{PV}{P'V'} \times \frac{T'}{T} = \frac{P}{P'} \times \frac{V}{V'} \times \frac{T'}{T}$$

$$N = \frac{5}{1} \times \frac{22}{0.5} \times \frac{270}{300} = 198$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۲۲)

۵۴. گزینه ۳ صحیح است.



$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{12 + 12 + x_1}{20}$$

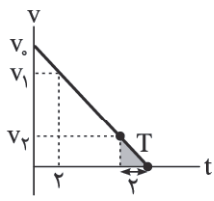
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - 0}{20} = \frac{x_1}{20}$$

$$s_{av} - |v_{av}| = \frac{24 + x_1}{20} - \frac{x_1}{20} = \frac{24}{20} = 1.2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۷)



۶۴. گزینه ۳ صحیح است.



$$10 = \frac{v_2 \times 2}{2} \Rightarrow v_2 = 10 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v = a \cdot \Delta t$$

$$0 - 10 = a \times 2$$

$$\Rightarrow a = -5 \frac{m}{s^2}$$

$$v_1 = 2a + v_0 = v_0 - 10$$

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \Delta t \Rightarrow \frac{v_0 + v_0 - 10}{2} \times 2 = 90$$

$$\Rightarrow v_0 = 50 \frac{m}{s} \Rightarrow 50 - 5T = 0 \Rightarrow T = 10s$$

$$\Delta x_{کل} = \frac{50 \times 10}{2} = 250m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۸)

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.

شتاب حرکت ثابت است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = 4t^2 - 24t + 36$$

$$a = 8 \frac{m}{s^2}, v_0 = -24 \frac{m}{s}, x_0 = 36m$$

در حرکت با شتاب ثابت وقتی a و v_0 هم علامت نباشند، حرکت ابتدا کندشونده است و پس از تغییر جهت حرکت در $(t = \frac{-v_0}{a})$ از آن به بعد تندشونده است.

در اینجا در $t = 3s$ جهت حرکت عوض می شود.

حرکت کندشونده است. $0 < t < 3$

حرکت تندشونده است. $3 < t$

اگر در یک بازه زمانی جهت حرکت ثابت باشد، مسافت طی شده با بزرگی جابه جایی برابر و تندی متوسط هم با بزرگی سرعت متوسط برابر می شود.

$$v = at + v_0 = 8t - 24$$

$$S_{av}(4 \rightarrow 8) = |v_{av}(4 \rightarrow 8)| = \frac{v(4) + v(8)}{2} = v(6)$$

$$= 8 \times 6 - 24 = 24 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۶۶. گزینه ۲ صحیح است.

مساحت زیر نمودار شتاب - زمان Δv

$$v(12) - v(0) = 5 \times 4 - 5 \times 6 + 0 = -10$$

$$v(12) - 15 = -10 \Rightarrow v(12) = 5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۶۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$y, T - 3$$

$$y = \frac{1}{2}g(T-3)^2$$

$$h, T$$

$$h - 35 \times 3 = \frac{1}{2}(10)(T-3)^2$$

$$v_{av} = 35 \frac{m}{s}, 2s$$

$$\frac{1}{2}gT^2 - 10.5 = 5(T^2 - 6T + 9)$$

$$5T^2 - 10.5 = 5(T^2 - 6T + 9)$$

$$T^2 - 21 = T^2 - 6T + 9 \Rightarrow 6T = 30 \Rightarrow T = 5s$$

$$h = \frac{1}{2}gT^2 = 5 \times 5^2 = 125m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۲۱ تا ۲۴)

در لحظه $t = 3s$ برای دومین بار از مبدأ عبور می کند.

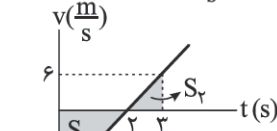
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = 3t^2 - 12t + 9$$

$$\frac{1}{2}a = 3 \Rightarrow a = 6 \frac{m}{s^2}, v_0 = -12 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 = 6t - 12$$

نمودار $(v-t)$ را رسم می کنیم:

$$v_3 = 6(3) - 12 = 6 \frac{m}{s}$$



$$v = 6t - 12$$

$$\begin{cases} S_1 = -12 \times 2 + 2 = -12m \\ S_2 = 6 \times 1 + 2 = 4m \end{cases} \Rightarrow L = |S_1| + |S_2| = 16m$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{16}{3} = 5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۲ تا ۱۳)

۶۱. گزینه ۱ صحیح است.

نمودار سرعت - زمان خطی است، پس حرکت با شتاب ثابت است.

$$\begin{cases} v = at + v_0 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 20}{10} = -2 \frac{m}{s^2} \quad x = -t^2 + 20t + x_0$$

$$x(5) = 30 \Rightarrow -25 + 100 + x_0 = 30 \Rightarrow x_0 = -45m$$

جهت حرکت در $t = 10s$ عوض می شود و 10 ثانیه بعد از آن می شود $t = 20s$ با توجه به تقارن نمودار مکان - زمان در $t = 20s$ مکان متحرک همان x_0 می شود. اما می توانیم به طور مستقیم هم حساب کنیم.

$$x(20) = (-20)^2 + 20 \times 20 + (-45) = -45m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۶۲. گزینه ۲ صحیح است.

نمودار مکان - زمان A خطی است، پس حرکت با سرعت ثابت است.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 100}{5} = -20 \frac{m}{s}$$

$$x_A = -20t + 100$$

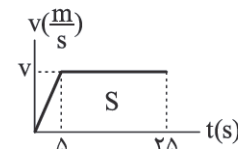
$$x_B = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 0 + (-200) = t^2 - 200$$

$$x_A = x_B \Rightarrow t^2 - 200 = -20t + 100 \Rightarrow t^2 + 20t - 300 = 0 \Rightarrow t = 10s$$

$$v_B = at + v_0 = 2t + 0 \stackrel{t=10}{=} v_B = 20 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۳ تا ۲۱)

۶۳. گزینه ۲ صحیح است.



$$\Delta x = S$$

$$900 = \frac{25 + 20}{2} \times v \Rightarrow v = 40 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0$$

$$40 = a \times 5 + 0 \Rightarrow a = 8 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۸)



۶۸. گزینه ۳ صحیح است.

مدت زمان حرکت گلوله اول $T =$ برای آنکه دومی همزمان با اولی به زمین برسد، باید مدت زمان حرکتش $T - 1/5$ ثانیه باشد.

$$h = \frac{1}{2}gT^2 \Rightarrow h = 5T^2$$

$$h - 60 = \frac{1}{2}g(T - 1/5)^2$$

$$5T^2 - 60 = 5(T^2 - 2T + 2/25)$$

$$T^2 - 12 = T^2 - 2T + 2/25$$

$$2T = 14/25 \Rightarrow T = 4/75$$

$$v = gT = 10 \times 4/75 = 47/5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۶۹. گزینه ۱ صحیح است.

۲ ثانیه قبل از رسیدن به زمین تندی گلوله $40 \frac{m}{s}$ است.

$$\Delta v = a \cdot \Delta t \Rightarrow 60 - v_1 = 10 \times 2 \Rightarrow v_1 = 40 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t = \frac{60 + 40}{2} \times 2 = 100 m \Rightarrow$$

در ۲ ثانیه آخر ۱۰۰ متر طی می‌کند. یعنی ۲ ثانیه قبل از آنکه به زمین برسد، ۱۰۰ متر با زمین فاصله داشته است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۷۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 40 = 10t + 0 \Rightarrow t = 4s$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow H = 5 \times 4^2 = 80m$$

$$OA = 80 - 35 = 45m \Rightarrow 45 = 5(\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta t = 3s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

شیمی

۷۱. گزینه ۳ صحیح است.

بیشترین منابع غیرآقیانوسی جهان کوه‌های یخ (۲/۱۵) می‌باشد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

از انحلال هر واحد آمونیوم سولفات در آب ۳ یون تولید می‌شود.



بررسی عبارت‌های درست:

(۱) آب آشامیدنی، مخلوطی زلال و همگن بوده که حاوی مقدار کمی از یون‌های گوناگون است. برخی از این یون‌ها به طور طبیعی در آب حل شده و برخی دیگر در مراکز تأمین آب آشامیدنی سالم به آن افزوده می‌شود.

(۲) یون‌های تک‌اتمی مانند Ca^{2+} ، Na^+ ، Cl^- و F^- و... یون‌های چنداتمی مانند NO_3^- و SO_4^{2-} و...

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۳)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

یونی که از اتصال دو یا چند اتم تشکیل شده است، یون چنداتمی نام دارد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

۷۴. گزینه ۴ صحیح است.

(آ) نادرست، در هر ۱۰۰ گرم آب دریای مرده (بحرالمت) حدود ۲۷ گرم حل‌شونده (انواع نمک‌ها) وجود دارد.

(ب) درست

(پ) نادرست، ضدیخ محلول اتیلن گلیکول در آب است.

(ت) درست

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۷۵. گزینه ۴ صحیح است.

یون‌های a تا f به ترتیب یون‌های Mg^{2+} ، SO_4^{2-} ، Na^+ ، Cl^- و Ca^{2+} می‌باشند.از یون Cl^- می‌توان برای شناسایی کاتیون Ag^+ موجود در محلول استفاده کرد. زیرا Cl^- با Ag^+ تولید رسوب $AgCl$ می‌نماید. بررسی گزینه‌های درست:

(۱) ppm را می‌توان معادل میلی‌گرم حل‌شونده در یک کیلوگرم آب در نظر گرفت. بنابراین غلظت یون e برابر ۴۰۰ ppm است.

(۲) یون سولفات (SO_4^{2-}) یک یون چنداتمی است. (۳)

$$135 = ppm \times 10^{-4} = 1350 \times 10^{-4} = 0.135$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۸۷، ۸۹، ۹۵ و ۹۶)

۷۶. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به آنکه به ازای هر مول A^+ یک مول Cl^- در محلول وجود دارد، شمار یون‌های Cl^- در این محلول برابر $1/204 \times 10^{23}$ خواهد بود.

$$?g Cl^- = 1/204 \times 10^{23} Cl^- \times \frac{1 mol Cl^-}{6.02 \times 10^{23} Cl^-} \times \frac{35.5 g Cl^-}{1 mol Cl^-}$$

$$= 0.071 g Cl^-$$

$$ppm = \frac{جرم حل‌شونده}{جرم محلول} \times 10^6 \Rightarrow ppm = \frac{0.071 g}{500 g} \times 10^6$$

$$= 14.2 ppm$$

جرم مولی A اضافه داده شده است!

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۷۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$جرم حل‌شونده = درصد جرمی \times \frac{جرم محلول}{100}$$

$$15 = \frac{x}{500 \times 1/2} \times 100 \Rightarrow x = 90 g$$

۰/۴ لیتر به تقریب برابر ۴۰۰ گرم آب می‌باشد.

$$درصد جرمی جدید = \frac{90 g}{600 + 400 g} \times 100 = 9$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۷۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$14/5 = \frac{x g}{400 g} \times 100 \Rightarrow x = 58 g NaCl$$

$$?g Na^+ = 58 g NaCl \times \frac{1 mol NaCl}{58.5 g NaCl} \times \frac{1 mol Na^+}{1 mol NaCl}$$

$$\times \frac{23 g Na^+}{1 mol Na^+} \approx 23 g Na^+$$

$$20 = \frac{x g}{600 g} \times 100 \Rightarrow x = 120 g NaOH$$

$$?g Na^+ = 120 g NaOH \times \frac{1 mol NaOH}{40 g NaOH} \times \frac{1 mol Na^+}{1 mol NaOH}$$

$$\times \frac{23 g Na^+}{1 mol Na^+} = 69 g Na^+$$

$$Na^+ درصد جرمی = \frac{23 + 69 g Na^+}{400 + 600 g} \times 100 = 9/2$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)



۷۹. گزینه ۴ صحیح است.

سرکه خوراکی محلول ۵ درصد جرمی استیک اسید در آب است.
بررسی گزینه‌های درست:
(۱) برای نمونه سالانه میلیون‌ها تن سدیم کلرید با روش تبلور از آب دریا جداسازی و استخراج می‌شود.
(۲) ۵۰ درصد کاربرد NaCl برای این منظور است. دومین کاربرد NaCl برای ذوب کردن یخ در جاده‌ها می‌باشد.
(۳) این فلز در آب دریا به شکل $Mg^{2+}(aq)$ وجود دارد و برای استخراج و جداسازی آن در مرحله نخست منیزیم را به صورت ماده جامد و نامحلول $Mg(OH)_2$ رسوب می‌دهند، سپس آن را به منیزیم کلرید تبدیل کرده و در پایان با استفاده از جریان برق، منیزیم کلرید را به عنصرهای سازنده آن تجزیه می‌کنند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۸۰. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی موارد:
(آ) درست
(ب) نادرست، محلول غلیظ نیتریک اسید در صنعت با غلظت ۷۰ درصد جرمی تولید و بسته به کاربرد آن به محلول‌های رقیق‌تر تبدیل می‌شود.
(پ) درست
(ت) نادرست، تجربه نشان می‌دهد که اندازه‌گیری حجم یک مایع به ویژه در آزمایشگاه، آسان‌تر از جرم آن است.

(شیمی دهم، صفحه ۹۸)

۸۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$M_b = \frac{10 \times 0.0002 \text{ mol}}{0.05 \text{ L}} = 0.4 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$M_a = 0.4 = \frac{5 \times 0.005}{V(L)} \Rightarrow V = 0.0625 \text{ L} = 62.5 \text{ mL}$$

$$62.5 - 50 = 12.5 \text{ mL}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

۸۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$11.6 = \frac{x}{200 \text{ g}} \times 100 \Rightarrow x = 23.2 \text{ g KF}$$

$$? K^+ = 23.2 \text{ g KF} \times \frac{1 \text{ mol KF}}{58 \text{ g KF}} \times \frac{1 \text{ mol K}^+}{1 \text{ mol KF}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} K^+}{1 \text{ mol K}^+}$$

$$= 2.408 \times 10^{23} K^+ \text{ یون}$$

$$\text{درصد جرمی جدید} = \frac{23.2 \text{ g}}{200 + 800} \times 100 = 2.32$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۸۳. گزینه ۳ صحیح است.

واکنش موازنه شده:

$$BaCl_2(aq) + Na_2SO_4(aq) \rightarrow BaSO_4(s) + 2NaCl(aq)$$

اکنون از جرم رسوب $BaSO_4$ به جرم $BaCl_2$ می‌رسیم:

$$932 \text{ mg } BaSO_4 \times \frac{1 \text{ g}}{10^3 \text{ mg}} \times \frac{1 \text{ mol } BaSO_4}{233 \text{ g } BaSO_4} \times \frac{1 \text{ mol } BaCl_2}{1 \text{ mol } BaSO_4}$$

$$\times \frac{208 \text{ g } BaCl_2}{1 \text{ mol } BaCl_2} = 832 \times 10^{-3} \text{ g } BaCl_2$$

$$\text{ppm} = \frac{832 \times 10^{-3} \text{ g}}{2000 \text{ g}} \times 10^6 = 416 \text{ ppm}$$

(شیمی دهم، صفحه ۹۵)

۸۴. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی موارد:
(آ) درست
(ب) نادرست، آهک، کلسیم اکسید (CaO) می‌باشد.
(پ) نادرست، مواد و ترکیب‌هایی که با حل شدن در آب، غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید را افزایش می‌دهند، به ترتیب اسید و باز آرنیوس هستند.
(ت) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

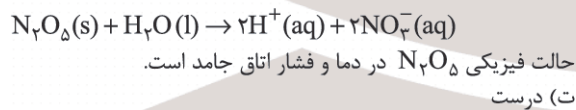
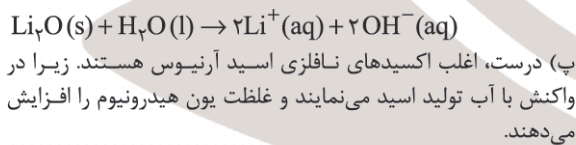
۸۵. گزینه ۱ صحیح است.

بازها در سطح پوست همانند صابون، احساس لیزی ایجاد می‌کنند اما به آن نیز آسیب می‌رسانند.
بررسی عبارت‌های درست:
(۳) زیرا محلول آنها محتوی یون بوده و قدرت اسیدی اسیدها با قدرت بازی بازها با هم یکسان نیست و میزان یون‌ها در شرایط یکسان، در محلول آنها متفاوت است.
(۴) انحلال استون در آب به صورت مولکولی است و باعث تغییر غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید آب نمی‌شود و این محلول خنثی است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۸۶. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی موارد:
(آ) درست، اگر در محلولی نسبت $\frac{[OH^-]}{[H_3O^+]}$ کمتر باشد، می‌توان نتیجه گرفت که غلظت یون هیدرونیوم در آن بیشتر و خاصیت اسیدی محلول بیشتر است.
(ب) نادرست، هر مول Li_2O در واکنش با آب دو مول یون هیدروکسید تولید می‌کند:



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۸۷. گزینه ۲ صحیح است.

باران معمولی محتوی کربنیک اسید (H_2CO_3) است. کربنیک اسید، یک اسید دو پروتون‌دار ضعیف است در حالی که HA یک اسید تک پروتون‌دار ضعیف می‌باشد. باران اسیدی محتوی HNO_3 و H_2SO_4 می‌باشد.
بررسی عبارت‌های درست:

(۱) زیرا به‌زای تولید هر یون H^+ در هر دو محلول یک یون X^- یا A^- تولید می‌شود و غلظت H^+ و A^- و همچنین غلظت H^+ و X^- با هم یکسان است.
(۳) زیرا HCl و HNO_3 اسید تک پروتون‌دار قوی هستند.
(۴) زیرا غلظت یون هیدرونیوم در محلول HA کمتر است. بنابراین غلظت یون هیدروکسید در محلول آن در مقایسه با محلول اسید HX بیشتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۸، ۲۳ و ۲۴)



۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

به اسیدی که هر مولکول آن در آب تنها می‌تواند یک یون هیدرونیوم تولید کند، اسید تک‌پروتون‌دار می‌گویند.

بررسی عبارت‌های درست:

(۱) طبق تعریف رسانای الکترونی، فلزها و گرافیت، رسانای الکترونی هستند.

(۲) این محلول حاوی یون‌های $Na^+(aq)$ و $Cl^-(aq)$ است. با قرار گرفتن این محلول در مدار الکتریکی یون‌ها به سوی قطب‌های نامنم حرکت کرده و رسانایی الکتریکی ایجاد می‌شود.

(۴) زیرا محلول این مواد در آب فاقد یون می‌باشند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۸۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$HA = 20 : g \cdot mol^{-1} \Rightarrow A^- = 19 g \cdot mol^{-1}$$

$$? \text{ mol HA} = 80 \text{ g HA} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{20 \text{ g HA}} = 4 \text{ mol HA}$$

$$? \text{ mol A}^- = 0.076 \text{ g A}^- \times \frac{1 \text{ mol A}^-}{19 \text{ g A}^-} = 0.004 \text{ mol A}^-$$

$$\alpha = \frac{0.004}{4} = 0.001 = \frac{0.004}{4} = \frac{\text{شمار مول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مول‌های حل شده}} = \text{درجه یونش}$$

$$[A^-] = [H_3O^+] = \frac{0.004 \text{ mol H}^+}{5 \text{ L}} = 0.0008 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۸)

۹۰. گزینه ۱ صحیح است.

(آ) در یک واکنش برگشت پذیر که همزمان واکنش‌های رفت و برگشت به طور پیوسته انجام می‌شوند، سرانجام مقدار واکنش دهنده‌ها و فرآورده‌ها ثابت می‌ماند.

(ب) ثابت تعادل در دمای ثابت به مقدار آغازی واکنش دهنده‌ها بستگی ندارد (تنها عامل مؤثر بر ثابت تعادل دما می‌باشد).

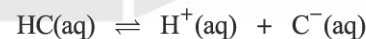
(پ) در شرایط یکسان هر چه قدرت اسیدی بیشتر باشد، سرعت واکنش فلز منیزیم با محلول آن اسید بیشتر است.

قدرت اسیدی هیدروکلریک اسید، نیتریک اسید، هیدروفلوئوریک اسید و فورمیک اسید از استیک اسید بیشتر است.



(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۹۱. گزینه ۱ صحیح است.



غلظت اولیه ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$)	a	۰	۰
تغییر غلظت ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$)	-x	+x	+x
غلظت تعادلی ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$)	[HC]	10^{-6}	10^{-6}

$$K_a = 5 \times 10^{-12} = \frac{(1 \times 10^{-6})^2}{[HC]} \Rightarrow [HC] = 0.2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow 0.2 = \frac{n}{4 \text{ L}} \Rightarrow n = 0.8 \text{ mol HC}$$

چون میزان یونش این اسید بسیار کم است، مقدار اولیه HC را نیز می‌توان ۰/۸ مول در نظر گرفت.

$$0.8 \text{ mol HC} = 21.6 \text{ g HC} \times \frac{1 \text{ mol HC}}{x \text{ g HC}} \Rightarrow HC = 27 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۹۲. گزینه ۲ صحیح است.

ثابت یونش یک اسید (K_a)، نسبت حاصل ضرب غلظت تعادلی یون‌های موجود در محلول را به غلظت تعادلی آن اسید نشان می‌دهد.

بررسی عبارت‌های درست:

(۱) زیرا ثابت یونش استیک اسید (CH_3COOH) در مقایسه با فورمیک اسید ($HCOOH$) کمتر است.

(۳) زیرا معادله یونش اسیدهای ضعیف در آب به صورت تعادلی است.



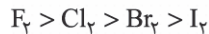
(شیمی دوازدهم، صفحه ۲۳)

۹۳. گزینه ۳ صحیح است.

چون HX یک اسید قوی و HY یک اسید ضعیف است، بنابراین X می‌تواند Cl ، Br ، یا I باشد. Y فقط F می‌باشد.

حالت فیزیکی Cl_2 و F_2 (در دما و فشار اتاق) با هم یکسان و به صورت گازی می‌باشد.

بررسی عبارت‌های درست:



(۱) در شرایط یکسان واکنش پذیری: HCl ، HBr ، HI و اسیدهایی قوی بوده و ثابت یونش بسیار بزرگی دارند.

(۴) زیرا HF یک اسید ضعیف بوده و غلظت یون هیدرونیوم در محلول آن کمتر و سرعت واکنش کمتر خواهد بود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۹۴. گزینه ۳ صحیح است.

در دمای ثابت، ثابت یونش اسیدی (K_a) برای HF در مقایسه با HNO_2 بیشتر است. بنابراین نسبت غلظت یون H_3O^+ به غلظت

یون OH^- بیشتر می‌باشد.

بررسی عبارت‌های درست:

(۱) زیرا H_2SO_4 یک اسید قوی بوده و در مقایسه با HF ، شمار یون‌ها در محلول آن بیشتر است.

(۲) در شرایط یکسان هر چه K_a اسید کوچک‌تر باشد، شمار مولکول‌های یونیده‌نشده اسید در محلول بیشتر است.



(۴) زیرا HBr یک اسید قوی بوده و α برای آن تقریباً برابر ۱ می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۲ و ۲۳)

۹۵. گزینه ۴ صحیح است.

ثابت یونش HF از HCN بیشتر است. بنابراین شمار یون‌های H^+ تولیدشده از HF در مقایسه با HCN بیشتر می‌باشد. در هر دو محلول

غلظت H^+ با غلظت آنیون حاصل از یونش یکسان است. F^- یک یون

تک‌اتمی و CN^- یک یون چنداتمی می‌باشد!

بررسی عبارت‌های درست:

(۱) کربوکسیلیک اسیدها، اسیدهایی ضعیف هستند و تنها هیدروژن گروه کربوکسیل ($-COOH$) آنها می‌تواند به صورت یون هیدرونیوم وارد محلول شود.

(۲) در کربوکسیلیک اسیدها با افزایش شمار کربن ثابت یونش کاهش می‌یابد.

(۳) برای تمام اسیدها نسبت درجه یونش (α) به درصد یونش برابر ۰/۰۱ می‌باشد!

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۹، ۲۲ و ۲۳)